

6 (1) (証明)

$\triangle ABE$ と $\triangle CBD$ において、

仮定より、

$$AB=CB \dots\dots (i)$$

$$AD=CE \dots\dots (ii)$$

(i), (ii)より、

$$BE = \boxed{\text{(ア) } BD} \dots\dots (iii)$$

また、 $\angle ABE = \angle CBD$ (共通) $\dots\dots (iv)$

(i), (iii), (iv)より、

$\boxed{\text{(イ) 2組の辺とその間の角}}$ がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABE \cong \triangle CBD$$

よって、 $\angle BAE = \angle \boxed{\text{(ウ) } BCD} \dots\dots (v)$

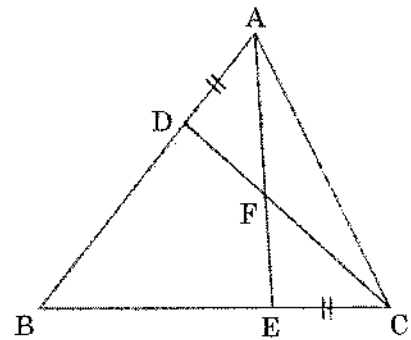
また、 $\triangle ABC$ は $AB=CB$ の二等辺三角形より、

$$\angle BAC = \angle BCA \dots\dots (vi)$$

(v), (vi)より、

$$\angle \boxed{\text{(エ) } FAC} = \angle FCA$$

したがって、 $\triangle FAC$ は $FA=FC$ の二等辺三角形である。



(証明終わり)

(ア) ① (イ) ③ (ウ) ④ (エ) ②

(2) (1)から、 $\triangle ABE \cong \triangle CBD$ より、 $AB : DB = CB : EB = 3 : 2$

$$\text{よって、} \triangle ABE = \frac{2}{3} \triangle ABC$$

$$\text{また、} \triangle ADC = \triangle CEA = \frac{1}{3} \triangle ABC$$

$$CF : FD = 3 : 2 \text{ より、} \triangle ADF = \frac{2}{5} \triangle ADC = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{2}{15} \triangle ABC$$

よって、四角形 $DBEF = \triangle ABE - \triangle ADF$

$$= \frac{2}{3} \triangle ABC - \frac{2}{15} \triangle ABC = \frac{24}{45} \triangle ABC = \frac{8}{15} \triangle ABC$$

したがって、 $\triangle ABC$ と四角形 $DBEF$ の面積の比は、 $15 : 8$